

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $\begin{cases} ax + y + z = 4 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ 3x - y - 2z = b \end{cases}$  egyenletrendszer,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- 5p** a) Határozd meg  $a, b$  azon értékeit, amelyekre a rendszer megoldása az  $(1, 1, 1)$  számhármas!  
**5p** b) Határozd meg  $a, b$  értékeit úgy, hogy a rendszer inkompatibilis legyen!  
**5p** c) Igazold, hogy bármely  $a \in \mathbb{Z}$  esetén létezik  $b \in \mathbb{Z}$  úgy, hogy a rendszer megoldásában csak egész számok szerepeljenek!

2. Adott az  $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & a & \hat{0} \\ b & c & a \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z}_2 \right\}$  mátrixhalmaz.

- 5p** a) Határozd meg az  $A$  halmaz elemeinek számát!  
**5p** b) Igazold, hogy bármely  $X \in A$  esetén  $X^2 = I_3$  vagy  $X^2 = O_3$ .  
**5p** c) Határozd meg az  $A$  halmaz azon  $X$  mátrixainak számát, amelyek teljesítik az  $X^2 = O_3$  egyenlőséget!