

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + my + mz = -2 \end{cases}$  egyenletrendszer,  $m \in \mathbb{R}$  és az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}$  mátrix.

5p a) Számítsd ki  $\det(A)$  értékét!

5p b) Igazold, hogy  $\text{rang}(A) \neq 2$ , bármely  $m \in \mathbb{R}$  esetén!

5p c) Határozd meg az  $m$  azon 1-től különböző egész értékeit, amelyekre a rendszer megoldásai olyan számhármasok, amelyeknek komponensei egész számok!

2. Adottak az  $(S_4, \cdot)$  csoport  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  permutációi.

5p a) Igazold, hogy a  $\gamma$  permutáció megoldása az  $\alpha x = x\beta$  egyenletnek!

5p b) Igazold, hogy  $\alpha^4 = \beta^4$ .

5p c) Határozz meg egy megoldást az  $S_4$  halmazból az  $x\beta^3 = \alpha^3x$  egyenlet esetén!