

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  mátrix.

**5p** a) Igazold, hogy  $A^3 - A = A^2 - I_3$ .

**5p** b) Igazold, hogy  $A^n - A^{n-2} = A^2 - I_3, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 3$  esetén!

**5p** c) Igazold, hogy bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén az  $A^n$  mátrix elemeinek összege  $n+3$ .

2. Tetszőleges  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén legyen a  $P_n = X^n - 1 \in \mathbb{C}[X]$  polinom.

**5p** a) Határozd meg a  $P_4$  polinom komplex gyökeit!

**5p** b) Bontsd fel a  $P_3$  polinomot  $\mathbb{C}[X]$ -ben irreducibilis tényezők szorzatára!

**5p** c) Bontsd fel a  $P_6$  polinomot  $\mathbb{R}[X]$ -ben irreducibilis tényezők szorzatára!