

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix.

- 5p** a) Oldd meg a $\det(I_3 + xA^2) = 0, x \in \mathbb{R}$ egyenletet!
- 5p** b) Határozz meg egy olyan $B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre teljesül a $B^2 = A$ egyenlőség!
- 5p** c) Igazold, hogy $\forall C \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}), \forall x \in \mathbb{R}$ esetén $\det(C + xA)\det(C - xA) \leq (\det C)^2$.
2. Adott a $p = X^3 - X + m$ polinom, $m \in \mathbb{R}$, amelynek gyökei $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.
- 5p** a) Számítsd ki az x_1, x_2, x_3 gyököket, ha $m = -6$.
- 5p** b) Számítsd ki az $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4$ összeget!
- 5p** c) Határozd meg $m \in \mathbb{R}$ azon értékét, amelyre a p polinom minden gyöke egész szám!