

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrix esetén minden  $A(x, y)$  ponthoz hozzárendeljük az  $A_M(x', y')$  pontot az  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  egyenlőség alapján.

- 5p a) Határozd meg az  $A_M$  pont koordinátáit, ha  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = 3$ ,  $d = 4$  és  $A(-1, 1)$ .
- 5p b) Ha  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = 2$ ,  $d = 4$ , igazold, hogy mindegyik  $A_M$  pont az  $y = 2x$  egyenletű egyenesen helyezkedik el!
- 5p c) Legyen  $A, B, C$  három pont a síkban. Ha  $S$  és  $S_M$  az  $ABC$  illetve az  $A_M B_M C_M$  háromszögek területe, igazold, hogy  $S_M = S \cdot |\det M|$ .

2. Adott az  $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ \hat{0} & a & d \\ \hat{0} & \hat{0} & a \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}_2 \right\}$  halmaz.

- 5p a) Határozd meg az  $A$  halmaz elemeinek számát!
- 5p b) Igazold, hogy az  $A$  halmaz zárt az  $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_2)$  halmazbeli mátrixok szorzására vonatkozóan!
- 5p c) Oldd meg az  $X^2 = X$ ,  $X \in A$  egyenletet!