

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az
$$\begin{cases} x + my + 2z = 1 \\ x + (2m-1)y + 3z = 1 \\ x + my + (m-3)z = 2m-1 \end{cases}, m \in \mathbb{R}$$
 egyenletrendszer.

5p a) Határozd meg $m \in \mathbb{R}$ azon értékeit, amelyekre a rendszernek egyetlen megoldása van!

5p b) Határozd meg $m \in \mathbb{R}$ azon értékeit, amelyekre a rendszer kompatibilis és határozatlan!

5p c) Ha $m = 1$, határozd meg a rendszer azon (x_0, y_0, z_0) valós megoldásait,

amelyekre $2x_0^2 - y_0^2 + 3z_0^2 = 14$.

2. A $G = [0,1)$ halmazon adott az $x * y = \{x + y\}$ művelet, ahol $\{a\}$ az a valós szám tört részét jelenti.

5p a) Számítsd ki $\frac{2}{3} * \frac{3}{4}$ értékét!

5p b) Igazold, hogy a $(G, *)$ struktúra kommutatív csoport!

5p c) Oldd meg az $x * x * x = \frac{1}{2}$, $x \in G$ egyenletet!