

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott a $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \in S_5$ permutáció és az $A = \{\sigma^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ halmaz.

5p a) Határozd meg a σ permutáció inverzióinak számát!

5p b) Határozd meg az A halmaz elemeinek számát!

5p c) Legyen $\tau \in S_5$ úgy, hogy $\tau\sigma^2 = \sigma^2\tau$. Igazold, hogy $\tau\sigma = \sigma\tau$.

2. Legyen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ egy függvény és legyen a $H = \{T \in \mathbb{R} \mid f(x+T) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}\}$ halmaz.

5p a) Ha $T \in H$, igazold, hogy $-T \in H$.

5p b) Igazold, hogy H részcsoporthja az $(\mathbb{R}, +)$ csoportnak!

5p c) Határozd meg a H halmazt az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \{x\}$ függvény esetén!