

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A(m,1)$, $B(1-m,2)$, $C(2m+1, 2m+1)$ pontok, ahol $m \in \mathbb{R}$, és az

$$M = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1-m & 2 & 1 \\ 2m+1 & 2m+1 & 1 \end{pmatrix} \text{ mátrix.}$$

5p a) Számítsd ki $\det(M)$ értékét!

5p b) Igazold, hogy az A, B, C pontok nem kollineárisak, bármely $m \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Igazold, hogy az ABC háromszög területe nagyobb, vagy egyenlő mint $\frac{15}{32}$.

2. Adott az $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ mátrixhalmaz.

5p a) Írj példát egy olyan mátrixra, amely különbözik a zérusmátrixtól, hozzátartozik az A halmazhoz és a determinánsa $\hat{0}$.

5p b) Igazold, hogy létezik egy $M \in A$ zérusmátrixtól különböző mátrix, úgy hogy $\begin{pmatrix} \hat{2} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{2} \end{pmatrix} \cdot M = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$.

5p c) Oldd meg az $X^2 = \begin{pmatrix} \hat{2} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{2} \end{pmatrix}$ egyenletet!