

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Legyen  $A$  a 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 3x - y + mz = 0 \\ -x + 2y + z = 0 \end{cases}$$
 egyenletrendszer együtthatóinak mátrixa,  $m \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Számítsd ki  $\det(A)$  értékét!

**5p** b) Határozd meg  $m \in \mathbb{R}$  értékét úgy, hogy a rendszernek legyen a triviálistól különböző megoldása!

**5p** c) Ha  $m = 0$ , igazold, hogy a  $\frac{z_0^2 + y_0^2 + x_0^2}{z_0^2 - y_0^2 - x_0^2}$  kifejezés értéke állandó

a rendszer minden  $(x_0, y_0, z_0)$  triviálistól különböző megoldása esetén!

2. Adottak az  $a, b \in \mathbb{R}$  számok és az  $f = X^4 - 4X^3 + 6X^2 + aX + b$  polinom, amelynek gyökei az  $x_1, x_2, x_3, x_4$  komplex számok.

**5p** a) Határozd meg  $a$  és  $b$  értékét, ha az  $f$  polinom egyik gyöke az  $i$  komplex szám!

**5p** b) Számítsd ki az  $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2$  összeg értékét!

**5p** c) Határozd meg az  $a$  és  $b$  valós számokat, ha az  $f$  polinom minden gyöke valós!