

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $m \in \mathbb{R}$ és az $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & m & -1 \\ 3m+4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix.

5p a) Számítsd ki a $\det(A)$ értékét!

5p b) Határozd meg az $m \in \mathbb{R}$ számot úgy, hogy az A mátrix invertálható legyen!

5p c) Határozd meg $m \in \mathbb{R}$ számot úgy, hogy teljesüljön az $A^{-1} = A^*$ egyenlőség!

2. Adottak a $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ test és az $f, g \in \mathbb{Z}_3$, $f = X^3 - X$, $g = X^3 + \hat{2}X + \hat{2}$ polinomok.

5p a) Határozd meg a f polinom gyökeit a \mathbb{Z}_3 halmazban!

5p b) Igazold, hogy a g polinom irreducibilis a $\mathbb{Z}_3[X]$ -ben!

5p c) Határozd meg az összes olyan $h \in \mathbb{Z}_3[X]$ harmadfokú polinomot, amelyre teljesül a
 $h(x) = g(x)$ egyenlőség bármely $x \in \mathbb{Z}_3$ esetén!