

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = a \\ x_3 - x_4 = b \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$
 lineáris egyenletrendszer, ahol  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- 5p** a) Igazold, hogy bármely  $a$  és  $b$  érték esetén a rendszer kompatibilis!
- 5p** b) Határozd meg  $a, b \in \mathbb{R}$  értékét úgy, hogy a rendszernek legyen egy olyan  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  megoldása, amelyre  $x_1, x_2, x_3, x_4$  és  $x_1 + x_2$  egy számtani haladvány egymásután következő tagjai!
- 5p** c) Ha a rendszernek van olyan megoldása, amelynek minden komponense szigorúan pozitív, igazold, hogy  $a + b < 1$ .
2. Az  $f = X^3 - 3X^2 + 5X + 1 \in \mathbb{R}[X]$  polinom gyökei  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ .
- 5p** a) Számítsd ki az  $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$  szorzat értékét!
- 5p** b) Igazold, hogy az  $f$  polinomnak nincs egész gyöke!
- 5p** c) Számítsd ki az  $x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_2^2 x_1 + x_2^2 x_3 + x_3^2 x_1 + x_3^2 x_2$  összeg értékét!