

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrix.

5p a) Határozd meg az  $A^3$  mátrixot!

5p b) Határozd meg az  $(A \cdot A^t)^{-1}$  mátrixot!

5p c) Oldd meg az  $X^2 = A$ ,  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  egyenletet!

2. Adottak az  $a, b \in \mathbb{R}$  számok és az  $f = X^{30} - 3X^{20} + aX^{10} + 3X^5 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$  polinom.

5p a) Igazold, hogy az  $f$  polinom  $X + 1$  polinommal való osztási maradéka független az  $a$  számtól!

5p b) Határozd meg  $a$  és  $b$  értékét úgy, hogy az  $f$  polinom  $X^2 - X$  polinommal való osztási maradéka az  $X$  polinom legyen!

5p c) Határozd meg  $a$  és  $b$  értékét úgy, hogy az  $f$  polinom osztható legyen az  $(X - 1)^2$  polinommal!