EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott $n \in \mathbb{N}^*$ szám esetén legyen $A_n \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ olyan mátrix, amelynek főátlójában a 2 szám szerepel és minden más eleme 1.

5p **a)** Számítsd ki $\det(2A_2)$ értékét!

5p **b)** Határozd meg azon $x \in \mathbb{R}$ értéket, amelyre $\det(A_3 + xI_3) = 0$.

5p **c)** Igazold, hogy az A_4 mátrixnak olyan inverz mátrixa van, amelynek főátlójában a $\frac{4}{5}$ szám szerepel és minden más eleme $-\frac{1}{5}$.

2. Legyen $a, b, c \in \mathbb{R}$ és az $f = X^3 - aX^2 + bX - c \in \mathbb{R}[X]$ polinom, amelynek gyökei $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

5p **a)** Határozd meg azon a, b, c értékeket, amelyekre $x_1 = 2$ és $x_2 = 1 + i$.

5p **b)** Igazold, hogy az f polinom $(X-1)^2$ és $(X-2)^2$ polinomokkal való osztási maradékai az a, b, c paraméterek egyetlen értékére sem lehetnek egyenlőek!

5p **c)** Ha az f polinom minden gyöke valós és a, b, c szigorúan pozitív számok, igazold, hogy x_1, x_2, x_3 szigorúan pozitívak!