# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

**II. FELADAT (30p)**

**1.** Tetszőleges $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix esetén jelölje $tr(A)=a+d$ .

**5p** **a)** Ellenőrizd, hogy $A^2-tr(A)A+(\det A)I_2=O_2$.

**5p** **b)** Ha $tr(A)=0,$ igazold, hogy $A^2B=BA^2$ bármely $B\in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix esetén!

**5p** **c)** Ha $tr(A)\neq 0$ , $B\in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ és $A^2B=BA^2$, igazold, hogy $AB=BA$ .

**2.** Adottak az $a,b\in \mathbb{R}$ számok és az $f=X^4-6X^3+13X^2+aX+b\in \mathbb{R}[X]$ polinom.

**5p** **a)** Határozd meg az $f$ polinom négy komplex gyökének négyzetösszegét!

**5p** **b)** Határozd meg $a,b$ értékeit úgy, hogy az $f$ polinom osztható legyen az $(X-1)(X-3)$ polinommal!

**5p** **c)** Határozd meg $a,b$ értékeit úgy, hogy az $f$ polinomnak két darab kétszeres gyöke legyen!