EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ és a $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixok, valamint az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\det(AA^t+xB)$ függvény.

5p **a)** Számítsd ki az AA^t mátrixot!

5p **b)** Igazold, hogy $f(0)\geq 0$.

5p **c)** Igazold, hogy létezik $m,n\in\mathbb{R}$ úgy, hogy $f(x)=mx+n$, bármely $x\in\mathbb{R}$ esetén!

2. Adott a $G=\left\{\cos q\pi + i\sin q\pi \mid q\in\mathbb{Q}\right\}$ komplex számokból álló halmaz.

5p **a)** Igazold, hogy $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\in G$.

5p **b)** Igazold, hogy a G zárt részhalmaza a $\mathbb{C}$ halmaznak a komplex számok szorzására vonatkozóan!

5p **c)** Igazold, hogy az $f=X^6-1\in\mathbb{C}[X]$ polinom minden gyöke a G halmazban van!