

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

- 5p** 1. Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy az $(x_n)_{n \geq 1}$ sorozat divergens, ahol $x_n = f(1) + \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3}f\left(\frac{1}{3}\right) + \dots + \frac{1}{n}f\left(\frac{1}{n}\right)$.
- 5p** b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ határértéket!
- 5p** c) Igazold, hogy az f csökkenő függvény!
- 5p** 2. Adott az $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^1 e^{-t} t^{x-1} dt$ függvény.
- 5p** a) Számítsd ki $f(2)$ értékét!
- 5p** b) Igazold, hogy $f(x) \leq \frac{1}{x}$, $\forall x > 1$ esetén!
- 5p** c) Igazold, hogy $f(x+1) = x \cdot f(x) - \frac{1}{e}$, $\forall x > 1$ esetén!