

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{|x^2 - x|}$ függvény.

- 5p** a) Igazold, hogy az f függvény grafikus képe van aszimptotája $-\infty$ -ben!
5p b) Határozd meg az f függvény deriválhatósági tartományát!
5p c) Határozd meg az f függvény helyi szélsőérték-pontjait!

2. Adott az $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ sorozat.

- 5p** a) Számítsd ki az I_2 értékét!
5p b) Igazold, hogy $I_{n+2} + I_n = \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ esetén!
5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$ határértéket!