

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{3}\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-x}$ függvény és az $(a_n)_{n \geq 1}$ sorozat úgy,

hogy $a_1 = 2$ és $a_{n+1} = f(a_n), \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p

a) Igazold, hogy az f függvény szigorúan növekvő a $(-\infty, \sqrt{3})$ és $(\sqrt{3}, \infty)$ intervallumokon!

5p

b) Határozd meg az f függvény grafikus képének aszimptotáit!

5p

c) Igazold, hogy az $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ sorozat nem konvergens!

2. Adottak az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x^2}$ és $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ függvények.

5p

a) Határozd meg a F függvény grafikus képének inflexiós pontjait!

5p

b) Számítsd ki az $\int_0^1 xf(x)dx$ értékét!

5p

c) Számítsd ki az $\int_0^1 F(x)dx$ értékét!