

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \ln(x^2 + x + 1)$  függvény.

- 5p** a) Igazold, hogy az  $f$  függvény szigorúan növekvő!  
**5p** b) Igazold, hogy az  $f$  függvény bijektív!  
**5p** c) Igazold, hogy az  $f$  függvény grafikus képének nincs ferde aszimptotája a  $+\infty$ -ben!

2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \{x\}(1 - \{x\})$ ,  
ahol  $\{x\}$  az  $x$  valós szám tört részét jelöli.

- 5p** a) Számítsd ki az  $\int_0^1 f(x) dx$  értékét!  
**5p** b) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek van primitív függvénye az  $\mathbb{R}$ -en!  
**5p** c) Igazold, hogy az  $\int_a^{a+1} f(x) dx$  integrál értéke független az  $a$  valós számtól!