

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{x^2+x+1}}$  függvény, ahol  $a, b \in \mathbb{R}$ .

5p a) Számítsd ki:  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény akkor és csak akkor szigorúan növekvő  $\mathbb{R}$ -en,  
ha  $a = 2b > 0$ .

5p c) Ha  $b = 1$  és  $a = 2$  határozd meg az  $f$  függvény esetén a függvényértékek halmazát!

2. Adott az  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \int_0^x e^{\arcsin t} dt$  függvény.

5p a) Igazold, hogy az  $f$  függvény szigorúan monoton!

5p b) Igazold, hogy:  $f(x) = \int_0^{\arcsin x} e^t \cos t dt, \forall x \in [-1, 1]$ .

5p c) Határozd meg  $f(1)$  értékét!