

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{4-3x^2}{x^3}$  függvény.

- 5p** a) Igazold, hogy az  $f$  függvény grafikus képének van aszimptotája a  $+\infty$ -ben!  
**5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény esetén a függvényértékek halmazát!  
**5p** c) Határozd meg a  $g : [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \arccos f(x)$  függvény deriválhatósági tartományát!

2. Adottak az  $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$  és

$F : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$  függvények.

- 5p** a) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek az  $F$  egy primitív függvénye!  
**5p** b) Számítsd ki az  $f$  függvény grafikus képének az  $Ox$  tengely körüli forgatásával származtatott forgástest térfogatát!  
**5p** c) Számítsd ki az  $F$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=1$  és  $x=2$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!