

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT(30p)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$ függvény és legyen m egy valós szám a $(-2, \infty)$ intervallumból.

5p a) Határozd meg az f függvény szélsőérték-pontjait!

5p b) Igazold, hogy az $x^3 - 3x = m$ egyenletnek egyetlen egy megoldása van az $(1, \infty)$ intervallumban!

5p c) Határozd meg a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f^2(x)$ függvény grafikus képe inflexiós pontjainak számát!

2. Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} xe^x, & x \leq 0 \\ \sin x, & x > 0 \end{cases}$.

5p a) Mutasd ki, hogy az f függvénynek van primitív függvénye az \mathbb{R} halmazon!

5p b) Határozd meg az f függvénynek azt az F primitív függvényét, amelyre igaz, hogy $F(0) = -1$.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^2}$ határértéket!