

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x$ függvény.

5p a) Határozd meg azt a pontot amelyben az f függvény grafikus képéhez húzott érintő párhuzamos az első szögfelezővel!

5p b) Igazold, hogy az f függvény minimális értéke 1.

5p c) Igazold, hogy a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{f(x) - 1}$ függvény nem deriválható az $x_0 = 0$ pontban!

2. Adottak az $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_2^x \frac{t^2}{t^2 - 1} dt$ és $g : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \int_0^{\ln \frac{x^2 - 1}{3}} \sqrt{3e^t + 1} dt$ függvények.

5p a) Számítsd ki $f(3)$ értékét!

5p b) Igazold, hogy : $g'(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$, $\forall x \in (1, \infty)$.

5p c) Igazold, hogy $g(x) = 2f(x)$, $\forall x \in (1, \infty)$ esetén!