

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x-1}, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f függvény folytonos!

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ határértéket!

5p c) Igazold, hogy az f függvény szigorúan csökkenő!

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + \sin^2 x)$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f függvény bármely primitív függvénye növekvő az \mathbb{R} -en!

5p b) Számítsd ki az $\int_0^\pi f(x) \cos x dx$ értékét!

5p c) Számítsd ki a $g : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arcsin x} f(t) dt$ függvény deriváltját!