

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \sqrt{|1 - x^2|}$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény deriváltját a $(-1, 1)$ intervallumon.

5p b) Határozd meg a függvény grafikus képének aszimptotáját $+\infty$ -ben.

5p c) Igazold, hogy a $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^{-2}f(x)$ függvény korlátos.

2. Adott az $f : [0, 1] \rightarrow [1, 3]$, $f(x) = x^4 + x^2 + 1$ függvény. Legyen g az f függvény inverze.

5p a) Számítsd ki az $\int_0^{\frac{3}{4}} \frac{2t+1}{f(\sqrt{t})} dt$ értékét.

5p b) Igazold, hogy: $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx = 3$.

5p c) Ha $\alpha \in [1, 3]$, igazold, hogy teljesül az $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^\alpha g(x) dx \geq \alpha$ egyenlőtlenség.