

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f_0 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_0(x) = e^{2x}$  függvény és értelmezzük minden  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén az  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f_n(x) = f_{n-1}'(x)$  függvényt.

5p a) Igazold, hogy  $f_3(x) = 8e^{2x}, \forall x \in \mathbb{R}$  esetén!

5p b) Határozd meg az  $f_n$  függvény grafikus képének aszimptotáit!

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_1(a) + f_2(a) + \dots + f_{n-1}(a)}{f_n(a)}$  határértéket, ahol  $a$  egy valós szám!

2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x \ln^2 x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  függvény.

5p a) Igazold, hogy az  $f$  függvény integrálható a  $[0,1]$  intervallumon!

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 f(x) dx$  értékét!

5p c) Számítsd ki az  $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right) dx$  értékét!