

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $a \in \mathbb{R}$ szám és az $f: \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x^2 - 1}$ függvény.

5p

a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)^x$ határértéket!

5p

b) Ha az f függvény helyi szélsőérték-pontja a 3, határozd meg az a szám értékét!

5p

c) Ha az f függvény grafikus képének egyetlen függőleges aszimptotája van, határozd meg az a szám értékét!

2. Adott $f_0: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_0(x) = 1$ függvény és tetszőleges $n \in \mathbb{N}^*$ esetén értelmezzük az

$f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \int_0^x f_{n-1}(t) dt$ függvényeket.

5p

a) Igazold, hogy $f_1^2(x) = 2f_2(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ esetén!

5p

b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf_n(x) + 1}{f_{n+1}(x) + 2}$ határértéket!

5p

c) Számítsd ki a $g: [0, \pi] \rightarrow [0, \pi]$, $g(x) = f_1(x) \sin x$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásával származtatott test térfogatát!