

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ egy olyan függvény, amelyre $x \cdot f(x) = e^x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$ esetén.

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez az $x=1$ abszcisszájú pontban húzott érintő egyenletét!

5p b) Igazold, hogy az f függvény, akkor és csak akkor folytonos az $x=0$ pontban, ha $f(0)=1$.

5p c) Ha az f függvény folytonos az $x=0$ pontban igazold, hogy f deriválható \mathbb{R} -en!

2. Adott az $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_1^2 ((x-1)(2-x))^n dx$ sorozat.

5p a) Számítsd ki az I_1 értékét!

5p b) Igazold, hogy $2(2n+1)I_n = nI_{n-1}$, bármely $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ esetén!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ határértéket!