

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $(a_n)_{n \geq 0}$ ,  $a_0 = \sqrt{3}$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$  sorozat.

5p a) Igazold, hogy az  $(a_n)_{n \geq 0}$  sorozat szigorúan növekvő!

5p b) Igazold, hogy az  $(a_n)_{n \geq 0}$  sorozat konvergens!

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+2} - a_{n+1}}{a_{n+1} - a_n}$  határértéket!

2. Adott az  $f : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = \int_0^x \frac{(\sin t + \cos t) \sin t}{\cos^2 t} dt$  függvény.

5p a) Számítsd ki  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  értékét!

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény szigorúan növekvő!

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x^2}$  határértéket!