

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{\frac{1}{x}}$  függvény.
- 5p** a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének aszimptotáit!
- 5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének inflexiós pontjait!
- 5p** c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 (f(x+1) - f(x))$  határértéket!
2. Adott az  $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^{2n} t dt, n \in \mathbb{N}^*$  sorozat.
- 5p** a) Számítsd ki az  $I_1$  értékét!
- 5p** b) Igazold, hogy az  $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{2n+1}$ , bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén!
- 5p** c) Igazold, hogy az  $(I_n)_{n \geq 1}$  sorozat konvergens és határértéke zéró!