

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$  függvény.

**5p** a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képéhez az  $x = 0$  abszcisszájú pontban húzott érintő egyenletét!

**5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének aszimptotáit!

**5p** c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3}{2} f(2) f(3) \dots f(n) \right)^{n^2}$  határértéket!

2. Adott az  $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$  sorozat.

**5p** a) Számítsd ki az  $I_2$  értékét!

**5p** b) Igazold, hogy  $nI_n = (n-1)I_{n-2}, \forall n \geq 3$  esetén!

**5p** c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^n x dx$  határértéket!