

Ministerul Educatiei, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f függvény grafikus képe van aszimptotája a $+\infty$ -ben!

5p b) Igazold, hogy az f függvény invertálható!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(e^x))^{\frac{1}{x}}$ határértéket!

2. Adottak az $F, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{\sin^2 x}$, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ függvények.

5p a) Igazold, hogy az F szigorúan növekvő függvény!

5p b) Számítsd ki az $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x F(x) dx$ értékét!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x}$ határértéket!