

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 002**

1. Tekintsük az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - e^{-x}$  függvényt.

5p a) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$  határértéket.

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény növekvő  $\mathbb{R}$ -en.

5p c) Számítsd ki:  $S = g(0) + g(1) + \dots + g(2008)$ , ahol  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f'(x) - f''(x)$  és  $f''$  az  $f$  függvény másodrendű deriváltja.

2. Legyenek az  $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$  és  $F(x) = (x-1)e^x$  függvények.

5p a) Ellenőrizd, hogy az  $f$  függvénynek primitív függvénye az  $F$ .

5p b) Számítsd ki a  $f$  függvény grafikonja, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=1$  egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Bizonyítsd be, hogy  $\int_1^x \frac{f(t)f''(t) - (f'(t))^2}{f^2(t)} dt = \frac{x+1}{x} - 2$  bármely  $x > 1$  esetén.