

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 004**

1. Tekintsük az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + e^{-x}$  függvényt.

5p a) Számítsd ki:  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Igazold, hogy  $f$  csökkenő a  $(-\infty, 0]$ -on és növekvő a  $[0, +\infty)$ -en.

5p c) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képéhez a  $+\infty$ -be húzott ferde aszimptota egyenletét.

2. Tekintsük az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + e^{-x}$  függvényt.

5p a) Számítsd ki az  $f$  függvény grafikonja, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p b) Felhasználva, hogy  $x^2 + e^{-x} \geq 1$  bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén, igazold, hogy  $\int_0^1 e^{-x^2} dx \geq \frac{2}{3}$ .

5p c) Határozd meg az  $Ox$  tengely körül megforgatott  $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) + f(-x)$  függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát.