

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 007

1. Tekintsük az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^2$ függvényt.

5p a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ határértéket.

5p b) Bizonyítsd be, hogy az f függvénynek nincs aszimptotája a $+\infty$ -be.

5p c) Bizonyítsd be, hogy az f függvény konvex \mathbb{R} -en.

2. Tekintsük az $f: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$ függvényt.

5p a) Számítsd ki az $\int_1^e f'(x) dx$ értékét.

5p b) Igazold, hogy az f függvény bármely primitív függvénye növekvő az $[1, +\infty)$ -en.

5p c) Határozd meg az $a \in (1, e^2)$ valós számot úgy, hogy az f függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x = a$ és $x = e^2$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $\ln \frac{3}{2}$ legyen.