

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 016

1. Tekintsük az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x < 0 \\ x^2 + x + a, & x \geq 0 \end{cases}$ függvényt, ahol $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Határozd meg $a \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy függvény folytonos legyen az $x_0 = 0$ pontban.

5p b) Írd fel a függvény grafikus képéhez a -1 abszcisszájú pontban húzott érintő egyenletét.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + 1}{x^2 + x}$ határértéket.

2. Tekintsük az $I_n = \int_2^3 \frac{x^n}{x^2 - 1} dx$, $n \in \mathbb{N}$. integrálokat.

5p a) Számítsd ki: I_0 .

5p b) Határozd meg az I_1 .

5p c) Bizonyítsd be, hogy $I_{n+2} - I_n = \frac{3^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$ bármely $n \in \mathbb{N}$ esetén.