

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 017

1. Tekintsük az $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$ függvényt.

5p a) Számítsd ki: $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.

5p b) Bizonyítsd be, hogy az f függvény csökkenő a $(0, 2]$ intervallumon.

5p c) Igazoldd, hogy $2e^{\sqrt{3}} \leq 3e^{\sqrt{2}}$.

2. Tekintsük az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - x$ függvényt.

5p a) Számítsd ki az $\int_1^2 (x - f(x) + \ln x)^2 dx$ értékét.

5p b) Bizonyítsd be, hogy az f függvénynek bármelyik F primitív függvénye konkáv az $(1, +\infty)$ intervallumon.

5p c) Számítsd ki a $h: [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) + x$ függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x=1$ és $x=e$ egyenesek által határolt síkidom területét.