

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 019**

1. Tekintsük az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$  függvényt.

5p a). Számítsd ki az  $f'(x)$ ,  $x \in (0, \infty)$ .

5p b) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  határértéket.

5p c) Bizonyítsd be, hogy  $0 < f(x) \leq \frac{1}{2e}$ , bármely  $x \in [\sqrt{e}, +\infty)$  esetén.

2. Tekintsük az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$  függvényt.

5p a) Számítsd ki az  $\int_1^2 \left( f(x) + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$  értékét.

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény primitív függvényei növekvő függvények a  $(0, +\infty)$ -on.

5p c) Ellenőrizd, hogy  $\int_1^2 f'(x)f(x)dx = -\frac{22}{81}$ .