

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 022

1. Tekintsük az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - e \ln x$ függvényt.

5p a) Számítsd ki az $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x)}{f'(x)}$ határértéket.

5p c) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait.

2. Tekintsük az $f : [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$ függvényt.

5p a) Számítsd ki az $\int_2^e \left(f(x) - \frac{1}{x-1} \right) dx$ értékét.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_2^x f(t) dt$ határértéket.

5p c) Határozd meg az $a > 2$ értékét úgy, hogy az f függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x = 2$ és $x = a$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $\ln 3$ legyen.