

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 024

1. Tekintsük az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^4}{4} - \ln x$ függvényt.

5p a) Számítsd ki az $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

5p b) Határozd meg az f függvény szélsőértékpontjait.

5p c) Bizonyítsd be, hogy $\ln \sqrt{x} \leq \frac{x^2 - 1}{4}$, bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén.

2. Tekintsük az $I_n = \int_1^2 x^n e^x dx$, $n \in \mathbb{N}$ integrálokat.

5p a) Számítsd ki: I_0 .

5p b) Határozd meg az I_1 .

5p c) Igazold, hogy $(n+1)I_n + I_{n+1} = e(2^{n+1}e - 1)$ bármely $n \in \mathbb{N}$ esetén.