

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 032**

1. Tekintsük az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \frac{1}{e^x}$  függvényt.

5p a) Számítsd ki:  $f(0) + f'(0)$ .

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény konkáv az  $\mathbb{R}$ -en.

5p c) Igazold, hogy az  $f$  függvény grafikonjához bármely pontban húzott érintő egyenes irányítányezője nagyobb mint 1.

2. Tekintsük az  $f_n: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_1(x) = 1 - x$ ,  $f_{n+1}(x) = f_n(x) + (-1)^{n+1} x^{n+1}$  függvényeket, ahol  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Számítsd ki az  $\int_0^1 f_1(x) dx$  értékét.

5p b) Határozd meg az  $f_1$  függvény grafikus képének  $Ox$  tengely körüli forgatása által meghatározott forgástest térfogatát.

5p c) Igazold, hogy  $\int_0^1 (x+1) f_{2008}(x) dx = \frac{2011}{2010}$ .