

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 040**

1. Tekintsük az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$  függvényt.

5p a) Számítsd ki a  $f'(x)$ , ha  $x \in (0, +\infty)$ .

5p b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képéhez az  $x_0 = 1$  abszcisszájú pontban húzott érintő egyenletét.

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{x}$  határértéket.

2. Tekintsük az  $f, F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$  és  $F(x) = x - \ln x$  függvényeket.

5p a) Igazold, hogy az  $F$  függvény az  $f$  függvénynek egy primitív függvénye.

5p b) Számítsd ki az  $\int_1^2 F(x) \cdot f(x) dx$  értékét.

5p c) Határozd meg az  $F$  függvény grafikonja, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x = 1$  és  $x = e$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.