

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 051**

1. Tekintsük az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$  függvényt.

5p a) Tanulmányozd az  $f$  függvény folytonosságát az  $x_0 = 1$  pontban.

5p b) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  határértéket.

5p c) Határozd meg az  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(e^x) + f(e^{x^2}) + \dots + f(e^{x^{2008}})}{x^{2008}}$  határértéket.

2. Tekintsük az  $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + x^2 + 2x$  és  $F(x) = e^x + \frac{x^3}{3} + x^2 + 1$  függvényeket.

5p a) Igazold, hogy az  $F$  függvény egy primitív függvénye az  $f$  függvénynek.

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 f(x) dx$  értékét.

5p c) Számítsd ki a  $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = \frac{f(x) - x^2 - 2x}{e^x + 1}$  függvény grafikonja, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.