

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 052

1. Tekintsük az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} ax-6, & x < 4 \\ \sqrt{x}, & x \geq 4 \end{cases}$ függvényt, ahol a valós paraméter.

5p a) Határozd meg az a valós paraméter értékét úgy, hogy az f függvény folytonos legyen az $x_0 = 4$ pontban.

5p b) Számítsd ki: $f'(9)$.

5p c) Írd fel az f függvény grafikus képéhez az $A(9,3)$ pontban húzott érintő egyenletét.

2. Minden $n \in \mathbb{N}$ értékre értelmezzük az $f_n: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ függvényeket a következő képpen:

$$f_0(x) = 1 \text{ és } f_{n+1}(x) = \int_0^x f_n(t) dt, \text{ bármely } n \in \mathbb{N} \text{ esetén}$$

5p a) Számítsd ki a: $f_1(x)$, ha $x \in [0, \infty)$.

5p b) Bizonyítsd be, hogy $f_0(x) + f_1(2x) \leq e^{2x}$, bármely $x \in [0, \infty)$ esetén.

5p c) Számítsd ki az Ox tengely körül megforgatott $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f_2(x)$, $x \in [0,1]$ függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát.