

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 054**

1. Tekintsük az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \ln x$  függvényt.

5p a) Számítsd ki:  $f'(x)$ ,  $x \in (0, \infty)$ .

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény konvex a  $(0, \infty)$  intervallumon.

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  határértéket.

2. Tekintsük az  $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_m(x) = m^2 x^2 + mx + 1$  függvényt, ahol  $m \in \mathbb{R}^*$ .

5p a) Igazold, hogy bármilyen  $m \in \mathbb{R}^*$  esetén az  $f_m$  függvény primitív függvényei növekvő függvények.

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 (f_1(x) - x^2 - 1) e^x dx$  értékét.

5p c) Határozd meg az  $m \in \mathbb{R}^*$  azon értékét, amelyre az  $f_m$  függvény grafikonja, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x = 0$ ,  $x = 1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom a legkisebb területű lesz.