

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 058

1. Tekintsük az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln x$ függvényt.

5p a) Számítsd ki a $f'(x)$, $x \in (0, +\infty)$.

5p b) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait.

5p c) Igazold, hogy bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén $\sqrt{x} \geq \ln \sqrt{x} + 1$.

5p 2. a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x (t^2 + t + 1) dt}{x^3 + 1}$ határértéket.

5p b) Tekintsük az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$ függvényt. Határozd meg az f függvény azon $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ primitív függvényét, amely teljesíti az $F(1) = 0$ összefüggést.

5p c) Határozd meg azt az a pozitív valós számot, amelyre az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2$ függvény grafikonja által meghatározott Ox tengely körül megforgatott forgástest térfogata 5π lesz.