

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 059

1. Tekintsük az $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ függvényt.

5p a) Számítsd ki az $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1}$ határértéket.

5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez a $+\infty$ -be húzott vízszintes aszimptotát.

2. Minden n nem nulla természetes szám esetén tekintsük az $f_n : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n e^x$

függvényeket és az $I_n = \int_0^1 f_n(x) dx$ integrálokat.

5p a) Igazold, hogy az $\int_0^1 e^{-x} f_1(x) dx = \frac{1}{2}$..

5p b) Számítsd ki: I_1 .

5p c) Igazold, hogy $I_n + nI_{n-1} = e$ bármilyen $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.