

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 060

5p 1. a) Tanulmányozd az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} -x+1, & x < 1 \\ 2x-1, & x \geq 1 \end{cases}$ függvény folytonosságát az $x_0 = 1$ pontban.

5p b) Számítsd ki az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x - 1$ függvény deriváltját.

5p c) Határozd meg azt az a szigorúan pozitív valós számot, amelyre $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = 32$.

2. Tekintsük az $f_n: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \dots + \frac{1}{x+n}$ függvényeket, ahol $n \in \mathbb{N}$.

5p a) Számítsd ki az $\int_1^2 f_0(x) dx$ értékét.

5p b) $n \in \mathbb{N}$ esetén számítsd ki az f_n függvény grafikonja, az Ox tengely, és az $x=1$, $x=2$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Ha F egy primitív függvénye az f_1 függvénynek, mutasd ki, hogy a $G: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$,
 $G(x) = F(x) - \frac{5}{6}x$ függvény növekvő.