

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 062**

1. Tekintsük az  $f: \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$  függvényt.

5p a) Számítsd ki az  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .

5p b) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$  határértéket.

5p c) Határozd meg az  $f$  függvény grafikonjának a vízszintes aszimptotáját a  $+\infty$ -be.

2. Tekintsük az  $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  függvényt.

5p a) Számítsd ki az  $\int_0^1 f(x) dx$  értékét.

5p b) Határozd meg az  $Ox$  tengely körül megforgatott  $h: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = f(x)$  függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát.

5p c) Igazold, hogy ha  $a > 0$ , akkor  $\frac{1}{a+2} \leq \int_a^{a+1} f(x) dx \leq \frac{1}{a+1}$ .