

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 064

1. Tekintsük az $f, h: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ és $h(x) = f^2(x)$ függvényeket.

5p

a) Ellenőrizd, hogy a $h'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$, bármely $x \geq 0$.

5p

b) Határozd meg az f függvény grafikus képehez a $+\infty$ -be húzott aszimptota egyenletét.

5p

c) Igazold, hogy az h függvény növekvő $[0, +\infty)$ -en.

2. Tekintsük az $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+3}$ függvényt.

5p

a) Bizonyítsd be, hogy $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} + 1$, bármely $x \in [0, +\infty)$ esetén.

5p

b) Számítsd ki az $\int_0^1 f(x) dx$ értékét.

5p

b) Határozd meg a k pozitív valós számot úgy, hogy az f függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=k$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $k + \ln k$ legyen